Exercice 1 (5 points)
Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.

Dans cet exercice, on s'intéresse à des personnes venues séjourner dans un centre multisports au cours d'un week-end.
Les résultats des probabilités demandées seront arrondis au millième si nécessaire.

Partie A

Le centre propose aux personnes venues pour un week-end une formule d'initiation au roller composée de deux séances de cours. On choisit au hasard une personne parmi celles ayant souscrit à cette formule.

On désigne par A et B les évènements suivants :
- A : « La personne chute pendant la première séance » ;
- B : « La personne chute pendant la deuxième séance ».

Pour un événement E quelconque, on note $P(E)$ sa probabilité et $\overline{E}$ son événement contraire.

Des observations permettent d'admettre que $P(A) = 0{,}6$.

De plus on constate que :
- Si la personne chute pendant la première séance, la probabilité qu'elle chute pendant la deuxième est de $0{,}3$;
- Si la personne ne chute pas pendant la première séance, la probabilité qu'elle chute pendant la deuxième est de $0{,}4$.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ et interpréter le résultat.

3. Montrer que $P(B) = 0{,}34$.

4. La personne ne chute pas pendant la deuxième séance de cours. Calculer la probabilité qu'elle n'ait pas chuté lors de la première séance.

5. On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 personnes ayant souscrit à la formule, associe le nombre d'entre elles n'ayant chuté ni lors de la première ni lors de la deuxième séance. On assimile le choix d'un échantillon de 100 personnes à un tirage avec remise.
On admet que la probabilité qu'une personne ne chute ni lors de la première ni lors de la deuxième séance est de $0{,}24$.

  a. Montrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
  b. Quelle est la probabilité d'avoir, dans un échantillon de 100 personnes ayant souscrit à la formule, au moins 20 personnes qui ne chutent ni lors de la première ni lors de la deuxième séance ?
  c. Calculer l'espérance $E(X)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.