

## EXERCICE 1 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère :

- $\alpha$  un réel quelconque ;
- les points  $A(1 ; 1 ; 0)$ ,  $B(2 ; 1 ; 0)$  et  $C(\alpha ; 3 ; \alpha)$  ;
- $(d)$  la droite dont une représentation paramétrique est : 
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbf{R}.$$

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse donnée. Une réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

### Affirmation 1 :

Pour toutes les valeurs de  $\alpha$ , les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  définissent un plan et un vecteur normal à ce plan est  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

### Affirmation 2 :

Il existe exactement une valeur du réel  $\alpha$  telle que les droites  $(AC)$  et  $d$  sont parallèles.

### Affirmation 3 :

Une mesure de l'angle  $\widehat{OAB}$  est  $135^\circ$ .

### Affirmation 4 :

Le projeté orthogonal du point  $A$  sur la droite  $(d)$  est le point  $H$  de coordonnées :  $H(1 ; 2 ; 2)$ .

### Affirmation 5 :

La sphère de centre  $O$  et de rayon 1 rencontre la droite  $(d)$  en deux points distincts.

On rappelle que la sphère de centre  $\Omega$  et de rayon  $r$  est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance  $r$  de  $\Omega$ .