

Exercice 3 (5 points)

Dans cet exercice, les réponses seront arrondies à 10^{-4} près.

Durant la saison hivernale, la circulation d'un virus a entraîné la contamination de 2% de la population d'un pays. Dans ce pays, 90% de la population a été vaccinée contre ce virus. On constate que 62% des personnes contaminées avaient été vaccinées.

On interroge au hasard une personne, et on note les événements suivants :

C : « la personne a été contaminée »

V : « la personne a été vaccinée ».

Les événements contraires des événements C et V sont notés respectivement \bar{C} et \bar{V} .

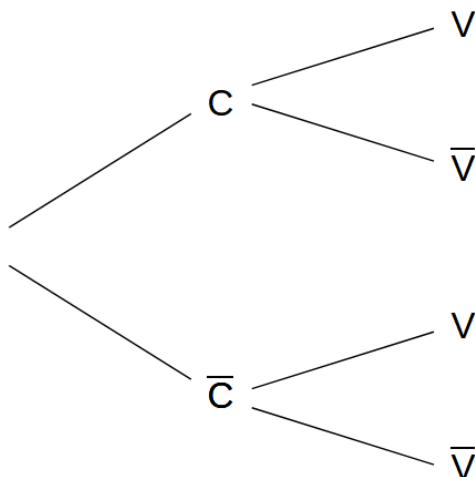
1. À partir de l'énoncé, donner, sans calcul, les probabilités $P(C)$, $P(V)$ et de la probabilité conditionnelle $P_C(V)$.

2.

a. Calculer $P(C \cap V)$.

b. En déduire $P(\bar{C} \cap V)$.

3. Recopier l'arbre des probabilités ci-dessous et le compléter.



4. Calculer $P_V(C)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

5. Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse.

- a. « Parmi les personnes non contaminées, il y a dix fois plus de personnes vaccinées que de personnes non vaccinées. »
- b. « Plus de 98% de la population vaccinée n'a pas été contaminée. »

6. On s'intéresse à un échantillon de 20 personnes choisies au hasard dans la population. La population du pays est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise.

On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de personnes contaminées.

On rappelle que, pour une personne choisie au hasard, la probabilité d'être contaminée est $p=0,02$.

- a. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Justifier et donner ses paramètres.
- b. Calculer, en rappelant la formule, la probabilité que 4 personnes exactement soient contaminées dans ce groupe de 20 personnes.