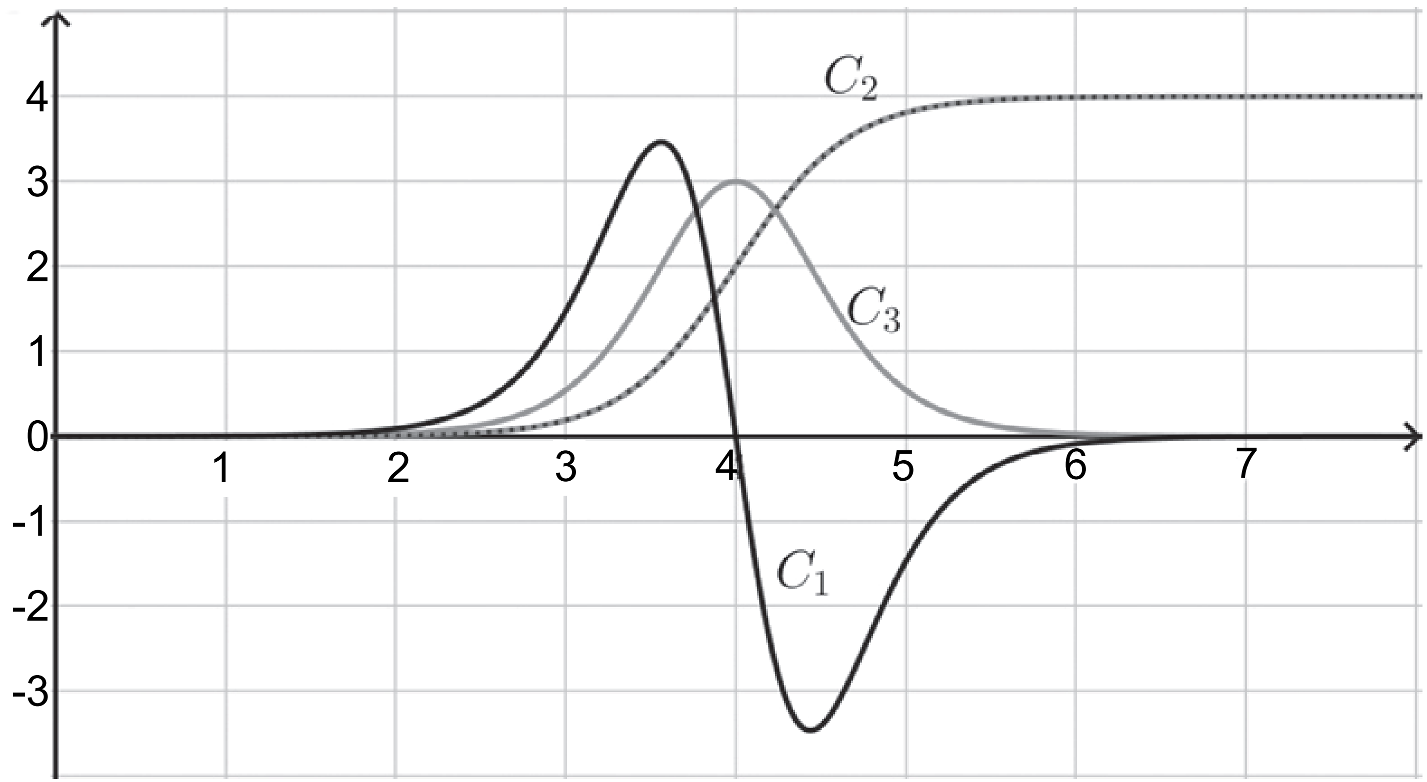
Exercice 3 (5 points) Thème : étude de fonctions

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

Le plan est ramené à un repère orthogonal. On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur **R,** ainsi que celle de sa dérivée f' et de sa dérivée seconde f''.



1. Déterminer, en justifiant votre choix, quelle courbe correspond à quelle fonction.

2. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_2 au point d'abscisse 4.

3. Donner, avec la précision permise par le graphique, l'abscisse de chaque point d'inflexion de la courbe C_1.

Partie B

Soit un réel k strictement positif. On considère la fonction g définie sur **R** par :

$$g(x) = \frac{4}{1 + e^{-k\,x}}$$

1. Déterminer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.

2. Prouver que $g'(0) = k$.

3. En admettant le résultat ci-dessous obtenu avec un logiciel de calcul formel, prouver que la courbe de g admet un point d'inflexion au point d'abscisse 0.

Calcul formel	
1	g(x)=4/(1+ e ^(-k x)) $\rightarrow\ \mathbf{g(x)} = \frac{\mathbf{4}}{e^{-\mathrm{kx}} + \mathbf{1}}$
2	Simplifier(g''(x)) $\rightarrow\ \mathbf{g''(x)} = -\mathbf{4}\, e^{\mathrm{kx}} \left(e^{\mathrm{kx}} - \mathbf{1}\right) \frac{\mathbf{k}^2}{\left(e^{\mathrm{kx}} + \mathbf{1}\right)^3}$