

## Exercice 2. (5 points) Thème : Géométrie dans l'espace

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

On considère :

- ▶ le point  $A(1; -1; -1)$  ;
- ▶ le plan  $\mathcal{P}_1$  d'équation :  $5x + 2y + 4z = 17$  ;
- ▶ le plan  $\mathcal{P}_2$  d'équation :  $10x + 14y + 3z = 19$  ;
- ▶ la droite  $\mathcal{D}$  de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{où } t \text{ décrit } \mathbf{R}.$$

1. Justifier que les plans  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  ne sont pas parallèles.
2. Démontrer que  $\mathcal{D}$  est la droite d'intersection de  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$ .
3. a. Vérifier que  $A$  n'appartient pas à  $\mathcal{P}_1$ .  
b. Justifier que  $A$  n'appartient pas à  $\mathcal{D}$ .
4. Pour tout réel  $t$ , on note  $M$  le point de  $\mathcal{D}$  de coordonnées  $(1 + 2t; -t; 3 - 2t)$ .

On considère alors  $f$  la fonction qui à tout réel  $t$  associe  $AM^2$ ,  
soit  $f(t) = AM^2$ .

- a. Démontrer que pour tout réel  $t$ , on a :  $f(t) = 9t^2 - 18t + 17$
  - b. Démontrer que la distance  $AM$  est minimale lorsque  $M$  a pour coordonnées  $(3; -1; 1)$ .
5. On note  $H$  le point de coordonnées  $(3; -1; 1)$ . Démontrer que la droite  $(AH)$  est perpendiculaire à  $\mathcal{D}$ .