

Exercice 3 (5 points)

Une entreprise a créé une Foire Aux Questions (« FAQ ») sur son site internet.

On étudie le nombre de questions qui y sont posées chaque mois.

Partie A : Première modélisation

Dans cette partie, on admet que, chaque mois :

- ▶ 90% des questions déjà posées le mois précédent sont conservées sur la FAQ ;
- ▶ 130 nouvelles questions sont ajoutées à la FAQ.

Au cours du premier mois, 300 questions ont été posées.

Pour estimer le nombre de questions, en centaines, présentes sur la FAQ le n -ième

mois, on modélise la situation ci-dessus à l'aide de la suite (u_n) définie par : $u_1 = 3$ et, pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$u_{n+1} = 0,9 u_n + 1,3.$$

1. Calculer u_2 et u_3 et proposer une interprétation dans le contexte de l'exercice.
2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$: $u_n = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^n$.
3. En déduire que la suite (u_n) est croissante.
4. On considère le programme ci-dessous, écrit en langage Python.

```
def seuil(p) :  
    n=1  
    u=3  
    while u<=p :  
        n=n+1  
        u=0.9*u+1.3  
    return n
```

Déterminer la valeur renvoyée par la saisie de `seuil (8.5)` et l'interpréter dans le contexte de l'exercice.

Partie B : Une autre modélisation

Dans cette partie, on considère une seconde modélisation à l'aide d'une nouvelle suite (v_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par :

$$v_n = 9 - 6 \times e^{-0,19 \times (n-1)} .$$

Le terme v_n est une estimation du nombre de questions, en centaines, présentes le n -ième mois sur la FAQ.

1. Préciser les valeurs arrondies au centième de v_1 et v_2 .
2. Déterminer, en justifiant la réponse, la plus petite valeur de n telle que $v_n > 8,5$.