

# Chapitre 12

## Fonctions cosinus et sinus

### Capacités exigibles — Programme officiel (BO)

- Résoudre une équation du type  $\cos x = a$ , une inéquation de la forme  $\cos x \leq a$  sur  $[-\pi; \pi]$ .
- Dans le cadre de la résolution de problème, notamment géométrique, étudier une fonction simple définie à partir de fonctions trigonométriques, pour déterminer des variations, un optimum.

### A) Fonctions sinus et cosinus

#### 1) Généralités

##### Définition 1

Dans un repère orthogonal, soient  $x \in \mathbf{R}$  et  $M$  le point du cercle trigonométrique associé à  $x$ .

- $\sin(x)$  est l'ordonnée de  $M$ .
- $\cos(x)$  est l'abscisse de  $M$ .

##### Propriété 1

- La fonction cosinus est **paire** et  $2\pi$ -périodique.
- La fonction sinus est **impaire** et  $2\pi$ -périodique.

##### Propriété 2

Pour tout  $a \in \mathbf{R}$  et  $x \in \mathbf{R}$  :

- $\cos x = \cos a \iff x = a + 2k\pi$  ou  $x = -a + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ .
- $\sin x = \sin a \iff x = a + 2k\pi$  ou  $x = \pi - a + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ .

#### 2) Dérivées

##### Propriété 3

$\cos'(x) = -\sin(x)$  et  $\sin'(x) = \cos(x)$ .

##### Propriété 4

Si  $u$  est dérivable sur  $I$  :  $(\cos \circ u)'(x) = -u'(x) \sin(u(x))$  et  $(\sin \circ u)'(x) = u'(x) \cos(u(x))$ .

#### 3) Primitives

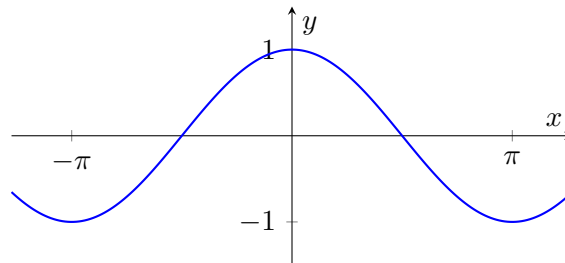
##### Propriété 5

- $u'(x) \sin(u(x))$  a pour primitive  $-\cos(u(x))$ .
- $u'(x) \cos(u(x))$  a pour primitive  $\sin(u(x))$ .

# Tableaux de variation et représentations graphiques

## Fonction cosinus sur $[0; \pi]$

$x$	0	$\pi$
$\cos(x)$	1	-1



## Fonction sinus sur $[0; \pi]$

La fonction sinus est croissante sur  $[0; \frac{\pi}{2}]$  et décroissante sur  $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ .

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$\sin(x)$	0	1	0

